



NOTA TÈCNICA

DESCRIPCIÓ DE LES ENQUESTES DE MOBILITAT A CATALUNYA. PROCEDIMENT DE FUSIÓ DE MÀTRIS DE MOBILITAT PER OBTENIR LA MÀTRIU 2006 GENERAL

AUTOR

Xavier Roselló, Adjunt al Director Tècnic, ATM



Àrea tècnica *at*

NOVEMBRE DE 2010

CONTINGUTS

1.	JUSTIFICACIÓ	3
2.	ENQUESTES DE MOBILITAT	4
2.1	Enquesta de Mobilitat Obligada (EMO)	4
2.2	Enquesta de Mobilitat Quotidiana (EMQ)	7
2.3	Enquesta de Mobilitat en Dia Feiner (EMEF)	8
3.	COMPARACIÓ DE LES ENQUESTES EMO I EMQ	9
4.	METODOLOGIA	10
4.1	Descripció del procediment	10
4.2	Formalització matemàtica	11
5.	EXEMPLE	17

1 - JUSTIFICACIÓ

El document present descriu les principals enquestes de mobilitat que es duen a terme actualment a Catalunya (de mobilitat obligada o EMO, de mobilitat quotidiana o EMQ, i de mobilitat en dia feiner o EMEF), així com les seves aplicacions en la planificació del transport o de les infraestructures associades al transport, i detalla també el procediment d'obtenció d'una matriu global que recull la informació continguda en cadascuna d'aquestes enquestes.

Aquesta matriu de mobilitat, amb dades de l'EMQ de 2006, ha de permetre mantenir la sèrie històrica amb les successives matrius EMO existents fins al 2001, ja que, tot i contenir una informació molt extensa de tots els tipus de desplaçaments, està obtinguda a partir d'una mostra i té, per tant, un error estadístic associat que impedeix arribar al nivell de desagregació territorial a què es podia arribar amb les diferents EMO.

Durant el desenvolupament del treball "Elaboració d'una Matriu de Mobilitat de Catalunya", tasca duta a terme conjuntament per la Direcció General de Ports i Transports de la Generalitat de Catalunya i l'ATM, es va desenvolupar una metodologia per aprofitar la informació de les dues matrius més actualitzades de què es disposava: l'EMQ 06 i l'EMO 01, de forma que s'aprofitessin els punts forts de cada una per obtenir una única matriu modal de mobilitat 2006.

OBJECTIU DEL TREBALL

Descriure les enquestes de mobilitat a Catalunya i obtenir una matriu global que reculli tota la informació disponible en les matrius parcials de les diferents enquestes sectorials.

2 – ENQUESTES DE MOBILITAT

FIGURA 1.
ENQUESTES DE MOBILITAT DISPONIBLES

ENQUESTA	ORGANISME	ÀMBIT TERRITORIAL	PERIODICITAT
Mobilitat Obligada (EMO)	INE-IDESCAT	Catalunya	Quinquennal
Mobilitat Quotidiana (EMQ)	Autoritat del Transport Metropolità – ATM (fins 2006) ATM i Departament de Territori Sostenibilitat (des de 2006)	Regió metropolitana de Barcelona (fins 2006) Tot Catalunya (des de 2006)	Quinquennal
Mobilitat en Dia Feiner (EMEF)	Autoritat del Transport Metropolità, Ajuntament de Barcelona i Àrea Metropolitana de Barcelona (des de 2008)	Regió metropolitana de Barcelona	Anual

2.1 - ENQUESTA DE MOBILITAT OBLIGADA, EMO

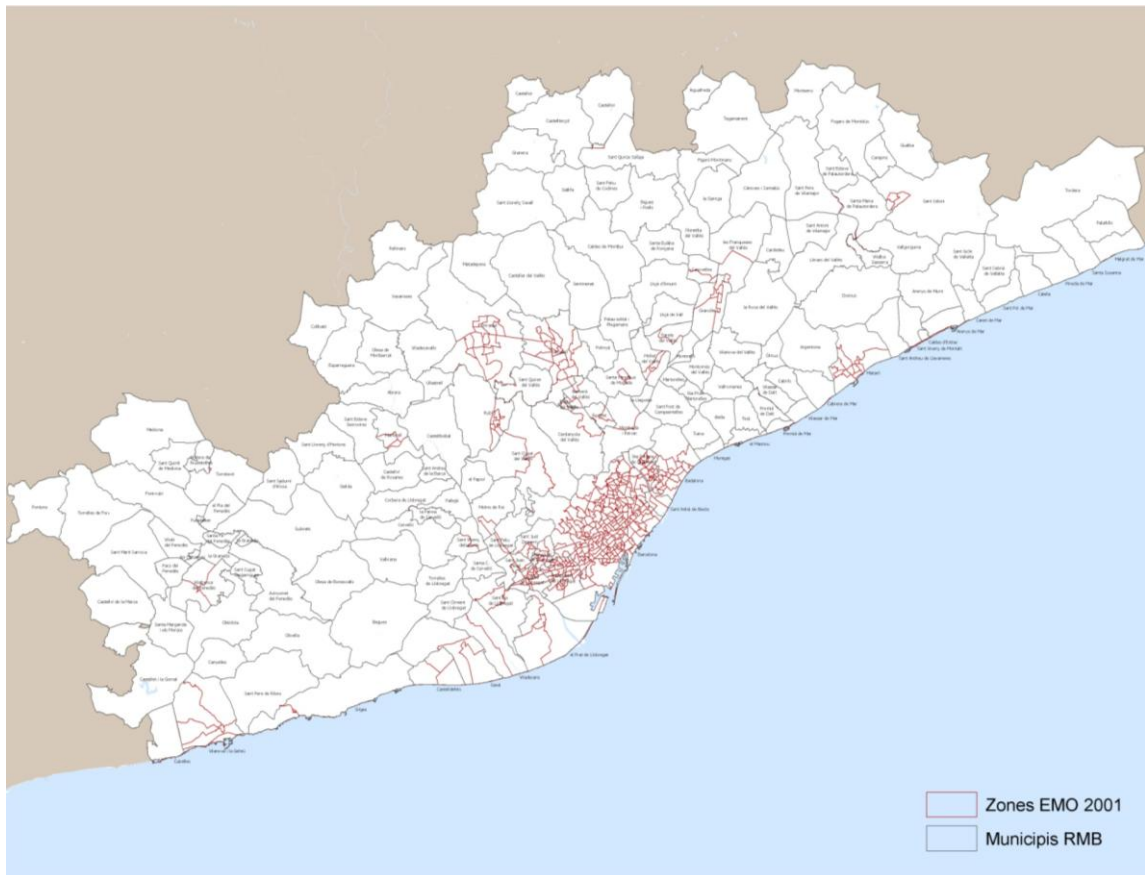
Els anys acabats en 1 a Espanya tenia lloc la realització del Cens, i els acabats en 6 l'actualització del Padró Municipal. Fins al 2001, les dues operacions es duïen a terme mitjançant un formulari que havien d'emplenar els residents en un mateix domicili. Des de l'any 1981 -és a dir, fa 30 anys-, s'aprofita aquesta avinentesa per adquirir informació sobre mobilitat de manera sistemàtica, tot i que cal cercar els primers precedents molt més enrere, a les operacions del 1970 i 1975, ja que fins aleshores els censos es realitzaven els anys múltiples de 10 i els Padrons els acabats en 5. Val a dir que, tot i que el cens es duïa a terme a tota Espanya, la inclusió de la pregunta sobre mobilitat només es feia a Catalunya i, en un començament, a les operacions de 1970 i 1975, tan sols a la regió metropolitana de Barcelona.

El mètode seguit consistia a afegir una pregunta específica al full censal o padronal, o bé en annexar-hi un full que versava sobre la ubicació del lloc de treball o d'estudi dels residents actius en el domicili. Aquest full es distribuïa a tota la població, la qual cosa feia l'enquesta exhaustiva. El nombre de respostes aplegades el 2001 per al conjunt de Catalunya va ser de 3.182.000, corresponents a una població de més de 6 milions d'habitants en aquells moments.

La intenció dels planificadors sempre ha estat obtenir la màxima precisió territorial sobre els desplaçaments efectuats o previstos. Així, als efectes de planificació, la regió Metropolitana de Barcelona, constituïda per 164 municipis, es troba dividida en 582 zones. Els municipis amb poca població consten d'una sola zona però la divisió inframunicipal creix a mesura que ho fa la talla del municipi, fins arribar a Barcelona, descomposta en 203 zones. (Veure les figures 2 i 3).

S'entén, doncs, que vulgui conèixer-se la destinació de la persona activa, la qual cosa s'aconsegueix demanant-li l'adreça postal del lloc de treball o d'estudi. Com que l'adreça postal de l'origen es coneix, ja que és la seva residència, lloc on s'emplena l'enquesta, es disposa del punt d'origen i del de destinació. Per transformar aquesta informació en una zona origen i una de destinació, l'IdEsCat (Institut d'Estadística de Catalunya) va desenvolupar una aplicació informàtica els anys 80 que permetia assignar una adreça a una de les zones de mobilitat amb què es treballava. Aquells anys es va constituir una operació realment pionera.

FIGURA 2.
ZONIFICACIÓ DE LA REGIÓ METROPOLITANA EN 582 ZONES



A més, els fulls censals o padronals també incloïen la pregunta del mode de transport utilitzat per accedir-hi. En el cas que n'hi hagués més d'un perquè la persona enquestada feia un viatge de més d'una etapa, s'hi incorporava o bé el mode principal o bé la combinació utilitzada; el format podia variar d'un any a un altre. Així, el Cens del 2001 va considerar fins a 49 modes o la combinació d'aquests, que s'agregaven en 6 de principals. El mode principal, en el cas d'un desplaçament multimodal, és el situat més a l'esquerra de tots els utilitzats en un mateix desplaçament segons la jerarquia següent:

Tren Rodalia (Renfe i FGC interurbà) > Autobús interurbà > Metro (i FGC urbà) >
Tramvia > Autobús urbà > Vehicle privat > Bicicleta > A peu

El cost d'obtenció de les dades de l'enquesta es determinava sempre com un increment sobre el de l'operació censal, i era l'únic que havia d'assumir l'organisme responsable de la mobilitat. En qualsevol cas, era una xifra assequible.

Com a font d'informació, l'EMO presenta un gran avantatge però també un cert inconvenient. L'avantatge és que fins al 2001 s'havia enquestat la població sencera i no una mostra i, per tant, no calia la inferència estadística perquè la informació era poblacional. Per tant, s'eliminaven tots els errors d'aquest origen i tan sols romanien els d'adquisició de la informació que són almenys d'un ordre de

MOTIU DELS DESPLAÇAMENTS

S'admet que hi ha dos grans motius de desplaçament: els **ocupacionals** i els **personals**. La mobilitat **ocupacional** fa referència als desplaçaments per raó de treball o d'estudi, mentre que la mobilitat **personal** engloba tots els altres motius: sanitaris, compres, lleure, acompanyament...

L'any 2011, tal com s'exposa a l'Avantprojecte del Cens Demogràfic redactat per l'INE, l'operació ha tingut un caràcter mostral i inclou variables sobre mobilitat. En concret, es va demanar als enquestats el municipi de treball o d'estudi, el mitjà de transport més freqüent en aquest desplaçament, el temps esmerçat i el nombre de viatges diaris per sentit. Per tal de preservar el secret estadístic, dels municipis grans tan sols se'n pot conèixer el nombre, mentre que les dades dels més petits es donaran agrupades per veïnatge. Evidentment, és millor disposar d'aquesta informació que de cap altra, però la indeterminació territorial li resta un gran part d'efectivitat.

UNA EINA DE REFERÈNCIA

Els resultats de les sèries d'enquestes EMO han estat profusament utilitzats pels planificadors de transport i els professionals de la mobilitat. En són bons exemples el Pla de Metros de 1985, redactat per la Departament de Política Territorial i Obres Públiques de la Generalitat de Catalunya, un dels primers treballs que aprofitaven les dades de mobilitat per proposar i avaluar alternatives constructives.

El mateix organisme ha redactat el Pla de Carreteres, el Pla d'Infraestructures de Transport i el Pla de Transport de Viatgers, tots tres referits a Catalunya durant el decenni del 2000 al 2010. Per la seva banda, l'Autoritat del Transport Metropolità, l'àmbit de la qual és la regió metropolitana de Barcelona, també ha elaborat les seves previsions de mobilitat a partir de les enquestes esmentades i les ha utilitzades en la redacció del Pla Director d'Infraestructures 2001-2010 i 2009- 2018 així com el Plans Directors de Mobilitat 2008-2012 i el 2013-2018.

L'EMO01 està disponible al web de l'Institut d'Estadística de Catalunya, amb desagregació a nivell municipal. Aquesta facilitat a l'hora d'accedir a la informació l'ha convertida en una eina de referència obligada en els estudis de mobilitat municipal i comarcal que es duen a terme.

2.2 – ENQUESTA DE MOBILITAT QUOTIDIANA, EMQ

Les enquestes de mobilitat quotidiana constitueixen una font d'informació més recent, encetada l'any 1996, i concebuda com un complement de les EMO suara descrites. Tenen per objectiu conèixer tots els desplaçaments efectuats per la persona enquestada, sigui quin sigui el motiu, i al llarg d'un dia sencer.

La metodologia de realització ha evolucionat des dels inicis. Els anys 1996 i 2001 consistia en una enquesta domiciliària continguda en un quadern que el cap de família havia d'emplenar fent-hi constar els desplaçaments fets per tots els membres o només alguns de seleccionats, al llarg de tota una setmana. Del 2006 ençà, se n'ha substituït la metodologia per l'enquesta telefònica amb suport CATI, i va ser inclosa en el Pla Estadístic de Catalunya 2006-2009. Aquest procediment escull aleatòriament una família i, tot seguit, un membre d'aquesta, a qui es demana d'enumerar tots els desplaçaments fets el dia anterior i, si es tracta d'un dilluns, també els d'un dels dos dies del cap de setmana precedent escollit a l'atzar. De cada desplaçament es demanen els punts d'origen i de destinació, identificats per l'adreça postal, així com el motiu i el mode de transport utilitzat, la qual cosa aporta una informació exhaustiva de la mobilitat de les persones enquestades.

Aquestes enquestes es realitzen a terme quinquennalment en base a una mostra gran de la població. Així, la mostra de 2006 va ser de 106.000 persones més grans de 4 anys residents a Catalunya, les quals van informar sobre els 406.000 desplaçaments que havien fet en el seu conjunt. L'univers considerat és el Padró d'habitants, per la qual cosa només es prenen en consideració els residents a Catalunya però se n'exclouen els transeünts, entre els quals els turistes, generadors significatius de mobilitat. L'EMQ06 suposava que cada desplaçament

podia estar format per un cert nombre d'etapes, fins a un màxim de quatre. De cada etapa se'n coneix el punt inicial i final, amb precisió d'adreça postal. Per a cada etapa es preveia fins a 21 modes de transport diferents. Pel que fa als motius, se'n preveuen un total de 23, 3 d'ocupacionals, 19 de personals i, el més freqüent de tots, la tornada a casa.

La regió metropolitana de Barcelona és el nucli central de Catalunya. Encara que només comprèn 1/10 de la seva superfície, la població és de 5 milions d'habitants dels 7,5 de tota Catalunya. L'EMQ06 va realitzar en aquest territori 40.000 enquestes, és a dir, un 40% del total. La resta de Catalunya té una taxa de mostratge superior a causa precisament de la seva dispersió demogràfica.

2.3 – ENQUESTA DE MOBILITAT EN DIA FEINER, EMEF

Les Enquestes de Mobilitat en Dia feiner (EMEF) són unes enquestes de reforç de les EMQ, que es duen a terme anualment. Segueixen la mateixa metodologia, tot i que fins al 2008 només es realitzaven a la regió Metropolitana de Barcelona i la mostra és molt més reduïda: només unes 5.700 persones. El 2009 ja va dur-se a terme a tota Catalunya. Fins l'actualitat se n'han realitzat deu edicions, corresponents al període 2003-2012. L'objectiu és conèixer els hàbits de desplaçament i les actituds vers la mobilitat en dia feiner de la població resident a la Regió Metropolitana de Barcelona de 16 anys i més.

Les diferències entre les EMQ i les EMEF rauen en l'abast territorial (tota Catalunya o només la Regió Metropolitana de Barcelona), la grandària de la mostra i la periodicitat (quinquenal o anual). Tant les EMQ com les EMEF són enquestes de mobilitat que recullen tots els elements que cal saber d'un desplaçament. Per tant, són unes eines excel·lents per conèixer les tendències, les proporcions i les ràtios de tot tipus relatius a la mobilitat.

No obstant, es revelen insuficients quan es tracta d'estimar matrius de mobilitat amb el nivell de desagregació que la planificació requereix. Tan sols amb una zonificació molt àmplia, on les zones siguin de la mida de comarques o grans municipis, poden inferir-se valors fiables dels fluxos entre zones. A mesura que hom redueix la grandària de les zones, també ho fa la mostra assignada a cada una de les caselles de la matriu corresponent a aquella zonificació i s'atenua de manera irremissible la capacitat predictiva de la mostra. El dilema, doncs, és què cal mantenir agregat i què pot desagregar-se: els motius de desplaçament, els modes de transport o les zones del territori. I sovint l'estadística inferencial ensenya que no n'hi ha prou amb una sola concessió a l'agregació, sinó que cal fer-ne dues o totes tres.

Aquesta font d'informació no s'esgota com la de les EMO, però continua essent costosa d'adquisició, i fatalment acaba topant amb el sostre de la manca de representativitat de la mostra. No és suficient per si sola per proveir la informació necessària per a la mobilitat, però convé no prescindir-ne, si més no pels estadístics del tot fiables que permet d'estimar. La metodologia d'obtenció de la informació de l'EMQ fa que sigui més onerosa que els mètodes alternatius, ja que el cost estimat de l'edició del 2006 va ser de 12 € per persona enquestada.

Cal senyalar que, un cop finalitzada la codificació i depuració de l'enquesta, va afegir-se a cada desplaçament la seva distància estimada, obtinguda a partir d'un graf de transport preexistent i damunt del qual s'havien calculat els camins mínims entre zones. Quan es tractava de desplaçaments interiors a una mateixa zona o municipi, per cert molt freqüents, va calcular-se'n la longitud de recorregut com a funció de la forma i dimensions del nucli urbà, a partir d'una metodologia elaborada *ad hoc*. La incorporació de la distància ha permès enriquir de manera significativa les explotacions de l'EMQ06 que se n'han fet i continuen fent-se.

3 – COMPARACIÓ DE LES ENQUESTES EMO I EMQ

Les dues principals enquestes de mobilitat descrites fins al moment (EMO i EMQ) són complementàries fins a cert punt, i cadascuna presenta diversos punts forts i febles (veure figura 4). Les explotacions que s'han fet de les dues enquestes han estat en forma de matrius de mobilitat, actuals o futures, eina fonamental de predicció, necessària per a les aplicacions exposades més amunt.

FIGURA 4.
FORTALESES I FEBLESSES DE LES ENQUESTES EMO I EMQ

	FORTALESES	FEBLESSES
EMO01	<ul style="list-style-type: none"> Exhaustiva. N'existeix sèrie històrica. Informació amb bona desagregació territorial. 	<ul style="list-style-type: none"> Limitada al primer desplaçament fet per motius de treball i estudi. Antiguitat de 5 anys.
EMQ06	<ul style="list-style-type: none"> Comprehensiva de tots els motius de desplaçament. Actual. 	<ul style="list-style-type: none"> Mostral, encara que amb mostra gran. Fiabilitat insuficient per obtenir resultats desagregats territorialment.

Atès, doncs, que es disposa de les matrius procedents de les dues enquestes, era quasi obligat de construir-ne una de sola que recollís els avantatges de totes dues.. Abans, però, cal precisar que les matrius de mobilitat utilitzen una desagregació o zonificació territorial coincident als nivells superiors fins al municipi, però diferent en les divisions intramunicipals, ja que les que considera l'EMQ06 no sempre són agregacions de les que utilitza l'EMO01.

El nivell de desagregació de l'EMO01 és superior al de l'EMQ06 ja que aquesta darrera, a causa d'una taxa de mostratge inferior, no podia assumir una subdivisió tan fina. Val a dir que aquestes zonificacions tenen una llarga història en la planificació de la mobilitat a Catalunya, la qual cosa ha permès l'elaboració de sèries temporals. Per això convé conservar-les. Però mai fins ara s'havia fusionat la informació provinent de fonts diferents:

FIGURA 5.
ZONIFICACIÓ TERRITORIAL ADOPTADA PER LES ENQUESTES EMO I EMQ

	Catalunya		RMB		Barcelona	
	EMO01	EMQ06	EMO01	EMQ06	EMO01	EMQ06
Vegueries	7		1		-	
Comarques	41		7		-	
Municipis	947		164		1	
Zones intramunicipals	1.456	1.142	582	330	200	63

4 – METODOLOGIA

4.1 - DESCRIPCIÓ DEL PROCEDIMENT

La metodologia seguida per construir la matriu única de mobilitat 2006 va partir del primer viatge diari fet per motius ocupacionals que constava a l'EMQ06 per a cada persona enquestada activa. La distribució així obtinguda era, doncs, comparable a la de l'EMO01. Així va poder obtenir-se una sola matriu a partir de les dues.

Es va procedir de dalt en avall i, per tant, començant per la matriu de vegueries. En aquesta s'estimaven en primer lloc els totals marginals i, posteriorment, cada una de les 7*7 caselles. El valor que s'atribuïa tant als totals marginals com als valors de cada casella era una mitjana ponderada dels valors corresponents que figuraven a l'EMO01 i a l'EMQ06, donant tant més pes a la darrera com més gran era la mostra disponible en aquella casella. És a dir, els valors de l'EMQ es consideraven més fiables com més petit era l'interval de confiança amb què s'havien pogut estimar. En canvi, si la mostra era petita, es donava més credibilitat als resultats de 2001. Posteriorment es verificava la coherència de les sumes marginals, és a dir, per files i per columnes.

Un cop estimada la matriu de mobilitat entre vegueries es passava a la de comarques. Ara, cada una de les caselles d'aquella matriu es descomponia en una submatriu d'aquesta, ja que una vegueria és una agregació de comarques. El valor total havia de coincidir i, a l'hora d'estimar cada una de les caselles, es repetia el procediment anterior utilitzant una combinació lineal entre els valors fornits per les dues enquestes de partida segons la metodologia descrita més amunt.

Finalment, de la matriu comarcal es va passar a la matriu municipal amb la mateixa metodologia. Cal notar que la immensa majoria dels valors eren nuls, la qual cosa simplificava la tasca d'estimació. A més, a mesura que es reduïa la dimensió de les zones també ho feia la mostra de cada desplaçament. A grans trets, doncs, l'EMQ06 va servir per determinar els grans totals i per fixar les tendències que s'havien manifestat entre el 2001 i el 2006, mentre que l'EMO01 precisava els desplaçaments a nivell fi, és a dir, petits municipis i zones inframunicipals.

D'aquesta manera va arribar-se a una matriu de primer desplaçament ocupacional actualitzada al 2006. Aplicant-li els coeficients i ràtios que s'havien estimat, va poder-se estimar la matriu de mobilitat quotidiana ocupacional completa. La darrera etapa de l'estudi va consistir a afegir-hi la mobilitat personal, que només es coneixia del 2006, també utilitzant les mateixes ràtios i valors agregats que s'havien determinat de manera global.



4.2 – FORMALITZACIÓ MATEMÀTICA

A continuació es descriu en termes matemàtics la metodologia utilitzada per a l'obtenció de la matriu, que més amunt s'ha esmentat succintament. El punt de partida del procés és l'estimació de la matriu de mobilitat obligada al treball, amb la intenció d'afegir-hi posteriorment la matriu de desplaçament a l'estudi i, encara més tard, la mobilitat no obligada. Per tant, el primer pas va consistir a extreure de la matriu de mobilitat quotidiana, EMQ06, el primer desplaçament casa-treball del dia, per tal que aquesta magnitud fos comparable a la matriu de mobilitat obligada EMO01, que, per la raó com va ser elaborada, conté precisament aquesta informació. Les dades de partida eren, doncs:

$$T^0 = [t_{ij}^0]$$

: matriu de mobilitat obligada EMO01. La justificació del supraíndex 0 s'explica més avall.

$$U = [u_{ij}]$$

: extracció de la matriu de mobilitat quotidiana EMQ06 que conté el primer desplaçament per motiu de treball. S'ha obtingut per elevació (que és un procés d'estimació) de la matriu N .

$$N = [n_{ij}]$$

: matriu mostral, és a dir nombre de persones enquestades residents a la zona i que han manifestat treballar a la zona j . I la matriu resultat:

$$W = [w_{ij}]$$

: matriu resultant, que contindrà el primer desplaçament casa - treball l'any 2006

Entremig, s'utilitzen un seguit d'altres matrius de treball, que es defineixen en el seu moment. En tots els casos, s'utilitza una doble notació per a les matrius de manera indistinta: o s'esmenta la matriu globalment amb una sola lletra majúscula, M , o un element genèric amb la mateixa lletra minúscula i subíndexs, $[m_{ij}]$

Al seu torn, la matriu de desplaçaments EMQ06 era una estimació obtinguda a partir de la mostral pel procediment següent: Sigui s_i el coeficient d'elevació o d'aixecament de la zona i , que és la relació entre la població susceptible de ser enquestada i el nombre de persones efectivament enquestades residents en aquella zona o, si es vol, el nombre de desplaçaments a què equival una persona enquestada en aquella zona. També és l'invers de la taxa de mostratge.

A la regió metropolitana de Barcelona, amb una població susceptible de ser enquestada propera a 5 milions d'habitants i una mostra de 40.000 persones, el dit coeficient val 125 per terme mitjà encara que amb una variabilitat molt gran d'una zona a una altra. Aleshores, la relació entre la matriu mostral i la matriu estimada de desplaçaments ve donada per l'expressió

$$u_{ij} = s_i \cdot n_{ij} \quad \forall i, \forall j$$

És fàcil de veure els defectes d'estimació que pot ocasionar una mostra insuficient. En aquelles caselles de la matriu on no s'hagi detectat cap desplaçament, el procediment d'estimació suposa que no n'hi ha cap. En canvi, si n'hi ha un valor baix, el nombre de desplaçaments estimats variarà de s_i en s_i és a dir, o no n'hi haurà cap, o n'hi haurà 125, o 250 o 375,

continuant amb el mateix valor suposat del dit coeficient, però cap valor intermedi entre aquests. Aquestes imprecisions en l'estimació són les que han obligat a dissenyar el mètode que s'exposa, que també té en compte l'EMO01. De la matriu U se'n calculen els valors marginals per files i columnes tal com segueix:

$$O_i = \sum_j u_{ij} \quad \forall i$$

$$D_j = \sum_i u_{ij} \quad \forall j$$

Com que han estat calculats amb la mostra de tota la zona, la seva fiabilitat és superior que la d'una sola casella. Aquests valors es donen per bons i s'aprofiten per modificar la matriu T , provinent de l'EMO01, per tal de fer coincidir els valors marginals de les dues matrius ja que altrament no serien comparables. La matriu T és, doncs, la matriu de desplaçaments que estimaria millor els desplaçaments de l'any 2006 si se'n coneguessin només els valors marginals, població activa i llocs de treball, però no s'hagués dut a terme l'enquesta EMQ06. Així doncs, és de desitjar que:

$$O_i^0 = \sum_j t_{ij}^0 \quad \forall i$$

$$D_j^0 = \sum_i t_{ij}^0 \quad \forall j$$

Aleshores, el pas de la matriu T^0 , definida abans, a la matriu T es fa mitjançant un procediment, concebut per Fratar, que duu el nom de l'autor, el qual consisteix a modificar T^0 fins a fer coincidir els seus valors marginals amb els de U , respectant fins allà on sigui possible l'estructura interna de les dades. Així, si els valors marginals de la primera són:

$$O_i = \sum_j t_{ij} \quad \forall i$$

$$D_j = \sum_i t_{ij} \quad \forall j$$

es tracta d'aconseguir la matriu T els valors de la qual satisfan:

$$t_{ij} = \frac{O_i}{O_i^0} \cdot t_{ij}^0 \quad \forall i \quad \forall j$$

ahora que:

$$t_{ij} = \frac{D_j}{D_j^0} \cdot t_{ij}^0 \quad \forall i \quad \forall j$$

és a dir, mantenir la proporcionalitat tant per files com per columnes, la qual cosa en general no és possible. El procediment Fratar consisteix a determinar una successió de matrius obtingudes en iteracions successives que satisfan alternativament les famílies de restriccions per orígens o per destinacions fins a convergir en una que les satisfà totes dues. Aquesta és la que s'anomena T .

Un cop conegudes les dues matrius de mobilitat, T i U , la filosofia seguida per estimar cada casella de la matriu W reposa en la constatació, elemental en la Inferència Estadística, que com més gran és la mostra d'una zona o fila, tant més petit serà l'interval de confiança de l'estimació. La inferència estadística ensenya que l'estimació puntual de la proporció d'una casella, p_{ij} , és a dir, la proporció dels viatges generats a la zona i que acaba el seu desplaçament a la zona j , ve donada per:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_i} = \frac{t_{ij}}{O_i} \quad \forall i \quad \forall j$$

$$\text{on } n_i = \sum_j n_{ij} \quad \forall i$$

amb un error o semiinterval de confiança, e_{ij} :

$$e_{ij} = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_{ij} \cdot (1 - p_{ij})}{n_i}} \quad \forall i \quad \forall j$$

on $z_{\alpha/2}$ és el valor de la llei normal centrada i reduïda corresponent a un risc $\alpha/2$. Per a $\alpha = 10\%$, que és un valor força habitual, $z_{\alpha/2} = 1,645$.

El nombre de desplaçaments entre dues zones és molt variable entre un lloc i un altre i, encara més important, no pot parlar-se de valors grans i de valors petits de manera absoluta, ja que segons quin sigui l'objectiu i l'àmbit de l'estudi, un mateix valor serà gran en una situació mentre que en una altra seria petit. Cal, doncs, evitar criteris de significació basats en valors absoluts. És preferible basar el criteri d'acceptació en aspectes relatius.

El criteri utilitzat consisteix a comparar l'estimació de la proporció p amb l'error associat e definit més amunt. Valors massa grans de e respecte de p faran que l'estimació sigui poc fiable i, per tant, inacceptable. És fàcil de veure que, a mesura que disminueix la proporció, l'error també ho fa, per bé que a un ritme inferior.

En efecte, la taula següent ho deixa prou clar. S'ha suposat una mostra de 2.000 desplaçaments a la zona origen, és a dir, $n_i = 2.000$ i un risc del $\alpha = 10\%$.

p PROPORCIÓ	E ERROR	$r=e/p$ RELACIÓ ENTRE ERROR I PROPORCIÓ
50%	1,84%	3,7%
20%	1,48%	7,4%
10%	1,11%	11,1%
5%	0,80%	16,1%
2%	0,52%	25,8%
1%	0,37%	36,7%

Així, per un flux del 50%, és a dir, la meitat dels desplaçaments, l'error és del 1,8%, que només representa un 3,6% del valor estimat. En canvi, per a un flux de l'1%, valor molt més habitual que l'anterior, l'error associat és del 0,37%, és a dir, un 36,7% de l'estimació. L'estadístic determinant de la bondat de l'estimació del flux d'una casella és, doncs, el quocient r , definit de la manera següent:

$$r_{ij} = \frac{e_{ij}}{p_{ij}} = \frac{1}{p_{ij}} \cdot z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_{ij} \cdot (1 - p_{ij})}{n_i}} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{n_i}} \cdot \sqrt{\frac{1 - p_{ij}}{p_{ij}}}$$

Observi's la rellevància que té per a totes les caselles d'una mateixa fila la grandària total de la mostra en aquella fila o zona, n_i .

La utilització que es fa d'aquest estadístic per obtenir l'estimació del flux dóna tant més pes a l'EMQ06 com més gran sigui la mostra de què es disposa. Si la mostra és petita, amb prou feines la prenem en consideració i es basa en l'EMO01. La metodologia utilitzada és una mitjana ponderada o combinació convexa del valor de les dues estimacions segons el coeficient λ . Això dóna lloc a una primera estimació de la matriu buscada, W_i que s'anomena W^p . Al seu torn, el paràmetre λ és funció de l'estadístic r definit més amunt de la manera següent:

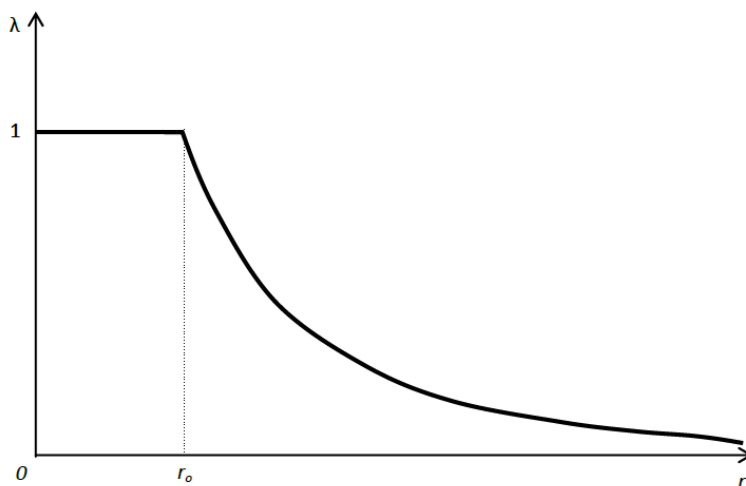
$$w_{ij}^0 = \lambda_{ij} u_{ij} + (1 - \lambda_{ij}) \cdot t_{ij} \quad \forall i \forall j$$

$$0 \leq \lambda_{ij} \leq 1$$

$$\lambda_{ij} = \min \left(1, \frac{r_o}{r_{ij}} \right) \quad \forall i \forall j$$

on el paràmetre r_o representa el valor llindar per sota del qual es confia del tot en l'EMQ06. Habitualment es fixa en 0,15.

Aleshores, el pes relatiu atorgat a l'EMQ06 per estimar la matriu final varia segons el valor del paràmetre r seguint una corba com la següent, que és una recta en el tram fins a $\lambda \leq 0,15$ i una hipèrbola equilàtera en endavant.



La matriu W^p calculada segons el procediment anterior no satisfarà en general les condicions marginals, que sí que s'han de complir. En general, doncs:

$$O_i \neq \sum_j w_{ij}^0 \quad \forall i$$

$$D_j \neq \sum_i w_{ij}^0 \quad \forall j$$

Per tant, caldrà aconseguir que la nova matriu respecti els totals marginals esmentats. Per això s'aplica altre cop el mètode Fratar, però només a aquelles caselles amb un error d'estimació més gran, segons que indica l'estadístic r_{ij} .

Així doncs, les diverses caselles de la matriu W^0 es classifiquen en dos grans conjunts, dits W^1 i W^2 , que al seu torn s'estructuren en matrius i que responen respectivament a les estimades d'una manera "robusta" i les que no. Més concretament:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } r_{ij} \leq r_0, \text{ aleshores } w_{ij}^1 = w_{ij}^0 \text{ i } w_{ij}^2 = 0 \quad \forall i \quad \forall j \\ \text{Si } r_{ij} > r_0, \text{ aleshores } w_{ij}^1 = 0 \text{ i } w_{ij}^2 = w_{ij}^0 \quad \forall i \quad \forall j \end{array} \right.$$

De tal manera que: $W^0 = W^1 + W^2$

La matriu W^1 no s'altera i a la W^2 se li imposa que els seus valors marginals siguin:

$$O_i^2 = O_i - O_i^1 = O_i - \sum_j w_{ij}^1 \quad \forall i$$

$$D_j^2 = D_j - D_j^1 = O_i - \sum_i w_{ij}^1 \quad \forall j$$

Amb aquests valors marginals s'executa altre cop el model Fratar fins aconseguir una nova matriu W^3 que satisfà:

$$\sum_j w_{ij}^3 = O_i^2 \quad \forall i$$

$$\sum_i w_{ij}^3 = D_j^2 \quad \forall j$$

La matriu W buscada i final vindrà donada per $W = W^1 + W^3$

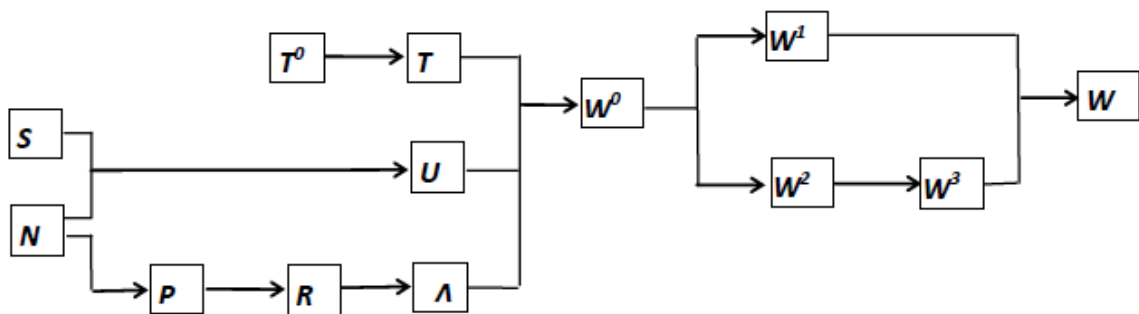
L'OBJECTIU DEL PROCEDIMENT

Aquest procediment haurà servit per estimar una matriu W a un nivell de zonificació territorial determinat. El pas següent serà desagregar aquesta matriu en una de nivell inferior. Així, si l'actual era la matriu de vegueries, la de nivell inferior serà la comarcal, i si era la comarcal, la de nivell inferior serà la municipal.

Aleshores, cada casella de nivell superior es descompondrà en una matriu de nivell inferior. El mètode seguit per estimar la dita matriu és similar a l'anterior, per bé que amb la restricció addicional que la suma de les diverses caselles ha de ser igual al valor obtingut anteriorment de nivell superior. Aquesta restricció s'imposa modificant en primer lloc els valors marginals d'òrgens i destinacions fins a fer-los coincidir amb el total esmentat.

El procediment descrit va aplicar-se en primer lloc als desplaçaments per motiu treball. Posteriorment va fer-se per als desplaçaments a l'estudi, seguint la mateixa metodologia i sumant finalment les dues matrius per obtenir la mobilitat obligada en conjunt. Noteu la diferència metodològica que hauria representat fer-ho conjuntament, agregant *a priori* els dos motius obligats.

Es tanca el capítol amb un esquema del dit procediment, i l'encadenament de les diverses matrius entre si.



5 – EXEMPLE

A continuació s'exposa un exemple del procediment, basat en dades fictícies, tot i que versemblants. Se suposa que és un territori dividit en 5 zones. Es parteix de la matriu mostrada **N**, resultat de l'explotació de l'enquesta EMQ06, de la qual només s'ha considerat el primer viatge al treball dels actius. Les mostres obtingudes que responen a aquest criteri són els següents:

MATRIU <i>N</i>						
	1	2	3	4	5	n_i
1	2500	152	35	10	3	2.700
2	300	360	20	0	5	685
3	202	120	180	10	8	520
4	15	6	1	108	0	130
5	55	2	14	29	300	400
						4.435

Els coeficients d'elevació de cada zona, **S**, o relació entre la mostra i la població, o invers de la taxa de mostratge, són:

1	185
2	150
3	120
4	80
5	55

Observi's que la taxa de mostratge sol ser inferior a les zones amb més població. A partir d'aquestes dues pot determinar la matriu estimada de desplaçaments, **U**:

MATRIU <i>U</i>						
	1	2	3	4	5	
1	462.500	28.120	6.475	1.850	710	499.655
2	45.000	54.000	3.000	0	750	102.750
3	24.240	14.400	21.600	1.200	960	62.400
4	2.200	480	80	8.640	0	11.400
5	3.025	110	770	1.595	16.500	22.000
	536.965	97.110	31.925	13.285	18.920	698.205

D'altra banda, per tal de calcular la matriu final més endavant, es comencen els passos intermedis. En primer lloc, es determina la matriu de proporcions de desplaçaments respecte dels orígens, **P**.

MATRIU P						
	1	2	3	4	5	
1	92,6%	5,6%	1,3%	0,4%	0,1%	100%
2	43,8%	52,6%	2,9%	0,0%	0,7%	100%
3	38,8%	23,1%	34,6%	1,9%	1,5%	100%
4	11,5%	4,6%	0,8%	83,1%	0,0%	100%
5	13,8%	0,5%	3,5%	7,3%	75,0%	100%

I els errors o semiintervalls de confiança, **E**, funció de la grandària de la mostra seran, casella per casella:

MATRIU E					
	1	2	3	4	5
1	0,8%	0,7%	0,4%	0,2%	0,1%
2	3,1%	3,1%	1,1%	-	0,5%
3	3,5%	3,0%	3,4%	1,0%	0,9%
4	4,6%	3,0%	1,3%	5,4%	-
5	2,8%	0,6%	1,5%	2,1%	3,6%

I el quocient entre error i proporció, que dóna idea de la bondat de l'estimació de cada casella, **R**, serà:

MATRIU R					
	1	2	3	4	5
1	0,9%	13,0%	27,6%	51,9%	94,9%
2	7,1%	6,0%	36,2%	-	73,3%
3	9,1%	13,2%	9,9%	51,5%	57,7%
4	39,9%	65,6%	163,9%	6,5%	-
5	20,6%	116,0%	43,2%	29,4%	4,7%

Recordi's que els valors baixos d'aquesta darrera matriu indiquen una bona estimació, i a l'inrevés. Quan la casella no té mostra, evidentment no hi ha estimació possible. Segons la relació empírica que s'ha definit, a partir dels valors de la matriu precedent es pot estimar el pes relatiu que tindrà la matriu EMQ06 en l'estimació de la matriu final. Aquest pes queda recollit a la **A**, que segueix. Per calcular-se s'ha utilitzat un valor del paràmetre $r_0 = 0,15$.

MATRIU A					
	1	2	3	4	5
1	1,00	1,00	0,54	0,29	0,16
2	1,00	1,00	0,41	0	0,20
3	1,00	1,00	1,00	0,29	0,26
4	0,38	0,23	0,09	1,00	0
5	0,73	0,13	0,35	0,51	1,00

Pot veure's que, quan no hi ha mostra, el valor de la casella corresponent és 0, perquè tota l'estimació recolza en la matriu EMO01. Igualment, quan la mostra és petita, el pes també ho és.

Anem ara a l'altra matriu, l'EMO01. Els resultats que van obtenir-se l'any 2001 van donar lloc a la matriu T^0 següent:

MATRIU T^0						
	1	2	3	4	5	
1	446.000	22.000	3.500	1.500	1.000	474.000
2	34.000	38.000	2.200	500	400	75.100
3	22.000	10.500	17.000	1.300	1.200	52.000
4	1.500	250	150	6.000	450	8.350
5	2.200	850	200	1.500	12.500	17.250
	505.700	71.600	23.050	10.800	15.550	626.700

Observi's que la mobilitat total del 2001 mesurada en nombre de viatges era inferior, la qual cosa fa que aquest matriu no sigui directament comparable amb la U . Abans cal uniformar-les de tal manera que els totals marginals siguin els mateixos. Per això s'ha sotmès aquesta matriu a un procés Fratar que ha donat lloc a la matriu T , amb valors marginals coincidents amb la U . Després de 12 iteracions la matriu que va obtenir-se és:

MATRIU T						
	1	2	3	4	5	
1	465.765	26.767	4.648	1.491	999	499.670
2	42.648	55.533	3.509	597	480	102.768
3	23.577	13.110	23.168	1.326	1.230	62.410
4	2.103	408	267	8.007	604	11.390
5	2.872	1.293	332	1.864	15.607	21.967
	536.965	97.110	31.925	13.285	18.920	698.205

els valors marginals de la qual coincideixen amb els de la matriu U . A partir de les matrius U i T , doncs, i aplicant els coeficients λ , s'ha pogut determinar la matriu W^0 , que conté informació de totes dues, però amb l'inconvenient que els seus totals marginals no són els desitjats, és a dir, els de la matriu U .

MATRIU W^0						
	1	2	3	4	5	
1	462.500	28.120	5.640	1.595	953	498.808
2	45.000	54.000	3.299	588	535	103.422
3	24.240	14.400	21.600	1.289	1.160	62.689
4	2.140	425	250	8.640	594	12.049
5	2.983	1.140	484	1.727	16.500	22.834
	536.863	98.084	31.273	13.839	19.743	699.802

Per fer quadrar els totals marginals aquesta matriu es desmunta en dues: la primera, formada per les caselles més fiables, el valor de les quals es dóna per definitiu i s'anomena W^1 :

MATRIU W^1						
	1	2	3	4	5	
1	462.500	28.120	0	0	0	490.620
2	45.000	54.000	0	0	0	99.000
3	24.240	14.400	21.600	0	0	60.240
4	0	0	0	8.640	0	8.640
5	0	0	0	0	16.500	16.500
	531.740	96.520	21.600	8.640	16.500	675.000

I la matriu complementària d'aquesta, dita W^2 , que es considera modificable:

MATRIU W^2						
	1	2	3	4	5	
1	0	0	5.640	1.595	953	8.188
2	0	0	3.299	588	535	4.422
3	0	0	0	1.289	1.160	2.449
4	2.140	425	250	0	594	3.409
5	2.983	1.140	484	1.727	0	6.334
	5.123	1.564	9.673	5.199	3.243	24.802

A aquesta darrera se li aplica un altre procés Fratar fins a fer-li coincidir els valors marginals amb els desitjats. La matriu resultant s'anomena W^3 .

MATRIU W^3						
	1	2	3	4	5	
1	0	0	6.670	1.575	791	9.036
2	0	0	2.970	442	338	3.750
3	0	0	0	1.230	930	2.160
4	2.036	147	216	0	360	2.760
5	3.189	443	469	1.398	0	5.499
	5.225	590	10.325	4.645	2.420	23.205

I sumant les matrius W^1 i W^3 s'obté la matriu buscada, W , que satisfà els valors marginals a més d'incorporar la informació de totes dues enquestes:

MATRIU W						
	1	2	3	4	5	
1	462.500	28.120	6.670	1.575	791	499.656
2	45.000	54.000	2.970	442	338	102.750
3	24.240	14.400	21.600	1.230	930	62.400
4	2.036	147	216	8.640	360	11.400
5	3.189	443	469	1.398	16.500	21.999
	536.965	97.110	31.925	13.285	18.920	698.205